## 11. évfolyam – emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő foglalkozás

Óraszám: 216 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Témakör neve*** | ***Óraszám*** |
| 1. Teljes indukció, kombinatorika, gráfok | 21 |
| 2. Hatvány, gyök, logaritmus | 25 |
| 3. Trigonometria | 30 |
| 4. Komplex számok | 20 |
| 5. Koordinátageometria | 40 |
| 6. Differenciálszámítás | 50 |
| 7. Statisztika, valószínűség | 30 |
| *Összes óraszám:* | *215* |

*1. Teljes indukció, kombinatorika, gráfok*

Óraszám: 21 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képes állításokat bizonyítani teljes indukcióval
* képes felismerni a probléma melyik kombinatorikai esethez tartozik;
* képes a kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása;
* tudja a gráfokat, mint eszközt használni problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése.
* Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.

Fogalmak: Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel, binomiális együttható, Pascal-háromszög. Egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, út, kör, fa.

Javasolt tevékenységek

* Problémák megoldása teljes indukcióval
* Halmaz részhalmazainak számának megállapítása
* Kombinatorikai problémák felvetése
* Permutációs feladatok megoldása (ismétlés nélkül és ismétléssel)
* Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel, a lehetőségek számának megállapítása
* Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel feldolgozása
* Binomiális együtthatók megismerése, a Pascal-háromszöggel való kapcsolat elemzése
* Vegyes kombinatorikai feladatok megoldása
* Binomiális tétel bizonyítása
* Binomiális együtthatók közti kapcsolatok vizsgálata
* Gráfok megismerése
* Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám fogalmának tárgyalása
* Fokszámra vonatkozó összefüggések feldolgozása
* Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban
* A gráfok osztályozása: egyszerű gráf, teljes gráf, komplementergráf, részgráf
* Összefüggő gráfok vizsgálata, út, kör fogalmának tárgyalása
* Fagráf, feladatok megoldása
* Összetett feladatok, versenyfeladatok megoldása

*2. Hatvány, gyök, logaritmus*

Óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát;
* képes megoldani exponenciális, illetve logaritmusos egyenleteket, egyenlőtlenségeket;
* fel tudja ismerni az inverz függvénypárokat;
* képes ábrázolni transzformációval exponenciális, illetve logaritmus függvényeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* ismeri a kitevő irracionális kiterjesztésének lehetőségeit;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalmának kialakítása.
* Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek.
* Az inverzfüggvény fogalmának mélyítése.
* Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.

Fogalmak: Racionális kitevőjű hatvány, irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Exponenciális függvény és egyenlet, logaritmusos függvény és egyenlet.

Javasolt tevékenységek

* Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése.
* Számológép használata hatványok értékének kiszámítására, normálalak használatára.
* Azonos átalakítások, a célszerű módszer, lépés megválasztása.
* A gyökvonásról tanultak ismétlése
* A hatványfogalom kiterjesztése törtkitevőjű hatványok fogalmának kialakítása
* A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia elv ellenőrzése
* Exponenciális függvény – a hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre
* Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata irracionális kitevőjű hatvány (szemléletes alapon)
* Az exponenciális függvény transzformációinak alkalmazása
* Az ex függvény tárgyalása
* Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása
* Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával
* Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása
* Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival
* A hatványozás megfordítási lehetőségeinek vizsgálata, a logaritmus fogalmának kialakítása
* Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel
* A természetes alapú logaritmus – ln x tárgyalása
* A logaritmus azonosságainak megállapítása és igazolása (Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa esetén)
* Áttérés más alapú logaritmusra
* A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására
* Matematikatörténeti kitekintés: A számítások megkönnyítése: Napier. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása; logaritmustáblázat
* A logaritmusfüggvény megismerése
* A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata
* Adott alaphoz tarozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolatának elemzése
* Az inverz függvény fogalmának erősítése
* Inverz függvénypárok keresése és ábrázolása korábban tanult függvények körében
* A logaritmusfüggvény transzformációinak megvalósítása
* Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása
* Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával
* Értelmezési tartomány vizsgálata
* Összetett feladatok, versenyfeladatok megoldása

*3. Trigonometria*

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a vektorok szorzásának lehetőségeit, ezek alkalmazásait,
* ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt;
* ismeri és képes alkalmazni az addíciós tételeket;
* tudja, hogy tudja a függvénytáblázatot használni a témakörbeli problémák megoldásához.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
* ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
* ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
* alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
* a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
* kiszámítja háromszögek területét;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.
* meg tud oldani trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket különböző módszerekkel (definíció, azonosságok, függvények).

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A geometriai látásmód fejlesztése.
* A művelet fogalmának bővítése két újszerű művelettel, a skaláris szorzással és a vektoriális szorzással.
* Algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban.
* A tanultak felfedezése más tudományterületeken is.
* A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.

Fogalmak: Skaláris szorzat, vektoriális szorzat. Szinusztétel, koszinusztétel. Addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet, egyenlőtlenség

Javasolt tevékenységek

* A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: a vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás
* A vektorok koordinátáival végzett műveletek és tulajdonságaik áttekintése
* A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátáinak megállapítása
* Szögfüggvényekről tanultak ismétlése
* Trigonometrikus függvények ábrázolása, vizsgálata
* Trigonometrikus függvények ábrázolása transzformációval
* Összefüggések keresése a szögfüggvények között
* Két vektor skaláris szorzatának bevezetése
* A skaláris szorzat tulajdonságainak megállapítása
* A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban
* Merőleges vektorok skaláris szorzatának elemzése
* A merőlegesség szükséges és elégséges feltételének megállapítása
* Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével
* Két vektor vektoriális szorzatának definiálása
* A vektoriális szorzás tulajdonságainak vizsgálata
* Párhuzamos vektorok vektoriális szorzata.
* A párhuzamosság szükséges és elégséges feltétele.
* Két vektor vektoriális szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével
* A terület kifejezése vektoriális szorzattal, területvektor.
* A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével
* A szinusztétel és a koszinusztétel bizonyítása
* A koszinusztétel és a Pitagorasz-tétel kapcsolatának elemzése
* Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban
* A tételek alkalmazása bizonyítási feladatokban
* Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényeinek megállapítása
* Kétszeres szögek szögfüggvényei, félszögek szögfüggvényei felírása
* Két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása
* A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása
* Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában
* Trigonometrikus azonosságok, egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása
* Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásához. Az összes megoldás megkeresése
* Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata
* Összetett feladatok, versenyfeladatok megoldása

*4. Komplex számok*

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* megismerje a valós számok halmazának bővítésének okait és lehetőségét;
* értse, hogy bizonyos valós problémák is csak komplex számok segítségével oldhatók meg;
* ismerje a komplex gyökök számát, és a komplex egységgyököket;
* tudja az egyenletek fokszámának és a gyökök lehetséges számának a kapcsolatát;
* tudja, hogy megoldóképlettel legfeljebb a negyedfokú egyenletek oldhatók meg.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* képes felírni komplex számokat algebrai, trigonometrikus és exponenciális alakban és ezeket át tudja alakítani;
* műveleteket tud végezni komplex számokkal és el tudja dönteni melyik ehhez a célszerű alak;
* tetszőleges valós együtthatós másodfokú egyenletet meg tudjon oldani,
* képes legyen a harmadfokú egyenleteket is megoldani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A számfogalom bővítése, mélyítése: a komplex számok bevezetésének beillesztése a számkör-bővítések sorozatába; a komplex számok algebrai és trigonometrikus alakjának megismerése; műveletek elvégzése az új számkörben, a műveletek szemléletes jelentésének kialakítása.

Fogalmak: Komplex szám, valós rész, képzetes rész, kanonikus alak, trigonometrikus alak, komplex számsík, egységgyök, az algebra alaptétele

Javasolt tevékenységek

* Polinomosztás gyakorlása
* Számkörbővítés: Természetes számok → egész számok → racionális számok → valós számok áttekintése
* A tanult megoldóképletek ismétlése
* A Casus irreducibilis esetének megbeszélése
* A komplex számok bevezetése
* Kilépés a számegyenesről, a komplex számsíkra
* A komplex számok algebrai alakjának bevezetése
* Valós rész, képzetes rész, abszolút érték, konjugált fogalmának megismerése
* Műveletek végzése algebrai alakban felírt komplex számokkal
* Komplex számok trigonometrikus alakja bevezetése: a komplex szám megadása az abszolút értékkel és az irányszöggel
* Komplex számok összege, különbsége, szorzata, hányadosa kiszámolása
* Műveletek elvégzése trigonometrikus alakkal. Moivre-formula alkalmazása
* Geometriai jelentés vizsgálata
* Hatványozás komplex számok körében
* Gyökvonás komplex számokból
* n-edik egységgyökök, primitív egységgyökök megállapítása, áttekintése
* Komplex számok exponenciális alakjának bevezetése
* Másodfokú egyenlet megoldása a komplex számok körében
* A harmadfokú egyenlet megoldása
* Az algebra alaptétele – a tétel kimondása
* Matematikatörténet: Galois munkásságának megbeszélése

*5. Koordinátageometria*

Óraszám: 40 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
* ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
* alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
* megad pontot és vektort koordinátáival a derékszögű koordináta-rendszerben;
* koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
* koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
* ismeri és alkalmazza az egyenes egyenleteit;
* ki tudja választani, hogy az egyenes melyik alakját fogja használni adott problémánál;
* egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
* kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
* megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
* ismerje a parabola, az ellipszis és a hiperbola fogalmát, képes legyen ezek egyszerű egyenleteinek felírására;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* problémákat tudjon megoldani vektoros, illetve koordinátageometria módszerekkel;
* képes felírni három pontonátmenő alakzatok egyenletét;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel.
* Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.
* Analógia keresése a síkbeli és a térbeli problémák között.
* Számítógép használata.

Fogalmak: Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, sík, kör, parabola, ellipszis, hiperbola egyenlete. Kúpszelet.

Javasolt tevékenységek

* A Descartes-féle koordinátarendszer ismétlése – síkban és térben.
* A helyvektor és a szabadvektor fogalmának vizsgálata, vektorműveletek végzése
* Lineáris kombináció, komponens, bázis elemzése
* Rendszerező ismétlés
* Vektor abszolút értékének kiszámítása
* Két pont távolságának kiszámítása
* A Pitagorasz-tétel alkalmazása
* Két vektor hajlásszögének megállapítása
* Skaláris szorzat használata
* Szakasz osztópont koordinátáinak kiszámolása
* A háromszög súlypontjának a koordinátáinak meghatározása
* A térbeli eset megoldása: a tetraéder súlypontjának koordinátái
* Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása
* Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens áttekintése
* A különböző jellemzők közötti kapcsolat felfedezése, használata
* Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének feltételének megállapítása
* Az egyenes egyenletei: normálvektoros egyenlet, az egyenes paraméteres egyenlete, irányvektoros egyenlet, iránytényezős egyenlet, tengelymetszetes egyenlet felírása
* Párhuzamos és merőleges egyenesek vizsgálata
* Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel
* Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenesek kölcsönös helyzetének áttekintése
* Két ponton átmenő egyenes egyenletének felírása
* Két egyenes metszéspontjának megkeresése
* Pont és egyenes távolságának, két párhuzamos egyenes távolságának kiszámolása
* Normálegyenlet felírása
* Két egyenes szögének kiszámolása
* Skaláris szorzat használata
* Két egyenes szögfelezőinek felírása
* Egyenes normálvektoros egyenletének felírása térbeli koordinátarendszerben
* Paraméteres egyenletrendszer felírása síkban, térben
* Adott ponton áthaladó, adott normálvektorú sík egyenletének megállapítása
* Síkbeli feladatok térbeli analógiáinak elemzése
* Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében
* A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatának elemzése
* Három ponton átmenő kör egyenletének felírása
* Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata
* A kör érintőjének egyenletének felírási lehetőségeinek vizsgálata
* Két kör közös pontjainak meghatározása
* Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása
* A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió
* A parabola, mint ponthalmaz bevezetése
* Fókuszpont, vezéregyenes, paraméter fogalmának bevezetése
* Parabola pontjainak szerkesztése
* A parabola tengelyponti egyenletének megállapítása
* Különböző helyzetű parabolák egyenletének felírása, a tengely irányának, a parabola állásának áttekintése
* A parabola és a kétismeretlenes másodfokú egyenletkapcsolatának elemzése
* Három ponton átmenő parabola egyenletének felírása
* A parabola és az egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata
* A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió
* A parabolák hasonlóságának megállapítása
* Az ellipszis, mint ponthalmaz definiálása
* Fókuszpont, nagytengely, kistengely, vezérsugár fogalmának áttekintése
* Ellipszis pontjainak szerkesztése
* Az ellipszis származtatása körből affinitással
* Az ellipszis, mint kúpszelet.
* A henger síkmetszetei.
* Az ellipszis középponti egyenlete.
* A hiperbola, mint ponthalmaz definiálása
* Fókuszpont, valós tengely, képzetes tengely, vezérsugár, asszimptota fogalmának használata
* Hiperbola pontjainak szerkesztése
* A hiperbola középponti egyenlete.
* A hiperbola és a fordított arányosság függvény elemzése
* Kúpszeletek áttekintése
* Ponthalmazok keresése a koordinátasíkon
* Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott feltételek használata
* Lineáris programozás bevezetése
* Pénzügyi ismeretek: optimalizálási feladatok megoldása
* Összetett feladatok, versenyfeladatok megoldása

*6. Differenciálszámítás*

Óraszám: 50 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* megismerje az analízis fogalmait és módszereit;
* megismerje a sorozat határértékének fogalmát, definícióját;
* tudjon küszöbindexet keresni egyszerű esetekben,
* meg tudja állapítani a sorozat határértékét;
* tudja, hogy vannak kritikus határértékek és egyszerűbb esetekben kezelni tudja ezeket;
* ismerje az ’e’ számot és a hozzá vezető sorozatot;
* ismerje a határérték és a műveletek kapcsolatát sorozatoknál,
* megismerje a függvény határértékének fogalmát végesben, végtelenben;
* tudjon -hoz -t keresni;
* ismerje a határérték és a műveletek kapcsolatát függvényeknél;
* ismerje a folytonosság fogalmát és kapcsolatát a határértékkel;
* tudja, hogy függvényeknél is vannak kritikus határértékek és egyszerűbb esetekben kezelni tudja ezeket;
* ismerje a differenciahányados és a differenciálhányados fogalmát és szemléletes jelentését;
* ismerje az elemi függvények deriváltjának kiszámítását adott helyen;
* fel tudja írni a függvény adott pontjában az érintő egyenletét;
* ismerje a deriváltfüggvényt,
* ismerje a deriválási szabályokat (összeg, különbség, szorzat, hányados, összetett függvény);
* képes legyen összekötni a függvény tulajdonságait a deriváltakkal;
* meg tudjon oldani szélsőérték feladatokat deriválttal és elemi módszerekkel;
* tudja, hogy zárt intervallumon szélsőérték az intervallum szélén is lehet;
* ismerje a különbséget a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételek között,
* meg tudjon vizsgálni egyszerűbb függvényeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével.
* A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása.
* A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára.
* A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.

Fogalmak: Függvény folytonossága, határértéke. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.

Javasolt tevékenységek

* Sorozat fogalmának bevezetése
* Korlátos és monoton sorozatok vizsgálata
* Sorozatok konvergenciája – véges és végtelen határérték megfogalmazása
* Konvergens sorozatok tulajdonságainak vizsgálata
* Konvergens sorozatnak csak egy határértéke van – bizonyítás
* Konvergens sorozatok korlátosságának megmutatása
* Műveletek végzése konvergens sorozatokkal
* Összeg, szorzat, hányados határértékének megállapítása
* Monoton és korlátos sorozatok vizsgálata
* Rendőrelv használata
* Programozás – a sorozat sok tagjának kiszámítása – a határérték, a küszöbindex megsejtése
* Néhány nevezetes sorozat határértékének megállapítása
* Vizsgálat végzése: az  sorozat határértéke az ’e’ szám (szemléletesen)
* A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése, korábbi ismeretek rendszerező ismétlése
* Függvény határérték fogalmának kialakítása
* Példák keresése a geometria és a fizika területéről
* A határérték definíciójának bevezetése
* Műveletek és határérték kapcsolatának megállapítása
* Véges és végtelen helyen vett határérték meghatározása
* A sorozatok és a függvények határértékének összekapcsolása
* Kritikus határértékek vizsgálata
* Racionális törtfüggvények végtelenben vett határértékének meghatározása
* A  függvény nullában vett határértékének megállapítása
* A határérték becslése számológéppel, számítógéppel
* A függvények folytonossága, áttekintés
* Példák keresése folytonos és nem folytonos függvényekre
* A folytonosság definícióinak bevezetése
* Műveletek végzése folytonos függvényekkel
* Intervallumon folytonos függvények áttekintése
* Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságainak vizsgálata
* Bevezető feladatok megoldása a differenciálhányados fogalmának előkészítésére
* A függvénygörbe érintőjének iránytangensének megkeresése
* A pillanatnyi sebesség meghatározása
* A differenciálhatóság fogalmának megállapítása
* A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény értelmezése
* Példák adása nem differenciálható függvényekre
* Kapcsolat megállapítása a differenciálható és a folytonos függvények között
* Konstans függvény, hatványfüggvény deriváltjának kiszámolása
* Alapfüggvények deriváltjának megkeresése
* Műveletek végzése differenciálható függvényekkel: függvény számszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja.
* Trigonometrikus függvények deriváltjának megállapítása.
* Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltjának kiszámolása
* Magasabb rendű deriváltak értelmezése
* Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass munkásságának áttekintése
* A függvény tulajdonságai és a derivált összekapcsolása: lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény; szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték
* Szükséges és elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása
* A konvexitás definíciójának bevezetése
* Konvexitás vizsgálata deriválással
* Inflexió jelentésének tárgyalása
* A második derivált és a konvexitás kapcsolatának összekapcsolása
* Függvények vizsgálata elemi eszközökkel és differenciálszámítással
* Az elemi eszközök ismétlése: pl. a másodfokú függvény vizsgálata, teljes négyzetté alakítással, a számtani-mértani közép alkalmazása
* Zárt intervallumon értelmezett függvény szélsőértékének megkeresése. Az első derivált zérushelyei és az intervallum végpontjai
* Szélsőérték-feladatok megoldása, a feladat paraméterezése
* A szélsőérték létezésének alátámasztása
* Differenciálszámítás alkalmazásával az adott értelmezési tartományon belül az abszolút szélsőérték helyének és értékének megállapítása
* Az érintő egyenletének felírása

*7. Statisztika, valószínűség*

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* képes számológéppel és anélkül szórást számolni;
* képes grafikonokat készíteni és elemezni;
* konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
* ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt;
* ismeri, és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
* meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.
* ismeri a valószínűségi változó fogalmát,
* ismeri a feltételes valószínűséget.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése.
* A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.
* Eseményalgebra, az eseményekkel végzett műveletek –a mindennapi szóhasználat és a matematikai megfogalmazás különbségeinek tudatosítása.
* Nevezetes eloszlások felismerése a hétköznapi életben, gyakorlati alkalmazásokban.

Fogalmak: Valószínűség, klasszikus valószínűségi modell. Teljes eseményrendszer. Feltételes valószínűség, független esemény. Valószínűségi változó, eloszlás, várható érték, szórás. Egyenletes eloszlás, binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás

Javasolt tevékenységek

* Statisztikai mintavételek lehetőségeinek megbeszélése.
* Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.
* A jellemzők áttekintése: a minta terjedelme, átlaga, mediánja, módusza, szórása
* Különböző grafikonok készítése
* A korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Közvélemény-kutatás. Minőség-ellenőrzés l
* Véletlen jelenségek megfigyelése
* A modell és a valóság kapcsolatának áttekintése
* Játékok elemzése: igazságos és igazságtalan játék
* Matematikatörténeti áttekintés: szerencsejátékok Pascal, Fermat
* A fogalmak kialakítása: események – eseménytér – elemi események.
* Biztos esemény, lehetetlen események vizsgálata
* Események közötti műveletek és halmazműveletek összekapcsolása
* A valószínűség, mint az eseménytéren értelmezett függvény bevezetése
* Teljes eseményrendszer bevezetése
* Klasszikus valószínűségi modell kialakítása
* A tanult kombinatorikai módszerek használata
* A valószínűség becslése, számolása, összevetés a valósággal – „nagy számok törvénye”
* Feltételes valószínűség, független események bevezetése
* Bizonyítások: a teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel.
* Geometriai valószínűség vizsgálata. Monte Carlo módszer alkalmazása
* Valószínűségi változók bevezetése
* A valószínűségi változók eloszlásának vizsgálata
* A valószínűségi változó várható értéké, szórásának megállapítása
* Visszatevés nélküli mintavétel – hipergeometrikus eloszlás alkalmazása
* Visszatevéses mintavétel - binomiális eloszlás alkalmazása
* Matematikatörténeti áttekintés: Fermat, Pascal, Rényi Alfréd