## 12. évfolyam

Óraszám: 128 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Témakör neve*** | ***Óraszám*** |
| 1. Halmazok, matematikai logika | 6 |
| 2. Sorozatok | 20 |
| 3. Térgeometria | 24 |
| 4. Leíró statisztika | 12 |
| 5. Valószínűségszámítás | 16 |
| 6. Rendszerező összefoglalás | 50 |
| *Összes óraszám:* | *128* |

*1. Halmazok, matematikai logika*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
* tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
* Logikai kifejezések megfelelő használata
* Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
* Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak: logikai műveletek

Javasolt tevékenységek

* A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
* Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
* Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
* Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
* Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

*2. Sorozatok*

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
* a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
* a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
* ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
* mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A számsorozat fogalmának ismerete
* Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
* Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
* Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
* Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
* A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
* Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
* Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
* Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
* Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak: számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet

Javasolt tevékenységek

* Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
* Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
* A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
* Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével.

*3. Térgeometria*

Óraszám: 24 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
* lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
* kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
* ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
* ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
* A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
* Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
* Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
* A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
* A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
* A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
* Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
* A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
* A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak: kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Javasolt tevékenységek

* Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
* A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
* Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
* Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
* A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
* Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

*4. Leíró statisztika*

Óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
* Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
* Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
* Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
* Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak: reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

Javasolt tevékenységek

* Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
* Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
* A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
* Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
* Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

*5. Valószínűségszámítás*

Óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
* ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
* ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
* meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
* Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
* Példák ismerete független és nem független eseményekre
* A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
* A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
* Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
* A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
* Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak: események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Javasolt tevékenységek

* Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetelek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
* Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
* Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
* Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
* Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
* Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

*6. Rendszerező összefoglalás*

Óraszám: 50 óra