## 9. évfolyam, fakultációs foglalkozás

Óraszám: 36 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Témakör neve*** | ***Óraszám*** |
| 1. Számelmélet | 6 |
| 2. Betűs kifejezések | 6 |
| 3. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek | 6 |
| 4. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok | 6 |
| 5. Geometriai alapismeretek | 6 |
| 6. Transzformációk, szerkesztések | 6 |
| *Összes óraszám:* | *36* |

*1. Számelmélet*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* A korábbi években szerzett számelméleti ismereteit elmélyítse, bővítse
* Jártasságot szerezzen oszthatósági problémák megoldásában, teljes indukció alkalmazásában
* Megismerje az oszthatósági szabályokat nem tízes alapú számrendszerekben

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* Meg tud oldani számelméleti feladatokat az oszthatóság, prímek, számrendszerek témakörében
* Meg tud oldani nem tízes alapú számrendszerekben feladatokat
* Ismeri a teljes indukciós bizonyítást

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Fogalmak ismerete: osztó, többszörös, oszthatóság, maradékos osztás, oszthatósági szabályok, prímszám, ikerprím, Mersenne-prím, összetett szám, prímtényezős felbontás, tökéletes, szűkített és bővített szám
* Euklideszi algoritmus
* Számelmélet alaptétele
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
* Osztók számának meghatározása a prímtényezős felbontásból
* Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban: kiemelés, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok
* Végtelen sok prímszám van
* Teljes indukció
* Számrendszerek: számok felírása különböző alapú számrendszerekben
* Műveletek végzése különböző alapú számrendszerekben
* Oszthatósági szabályok nem tízes alapú számrendszerekben

Fogalmak: Osztó, többszörös, oszthatóság, maradékos osztás, oszthatósági szabályok, prím, prímtényezős felbontás, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, euklideszi algoritmus, prímszám

Javasolt tevékenységek

* Internetes anyaggyűjtés: Titkosítás-prímek
* Inernetes anyaggyűjtés: megoldatlan számelméleti problémák

*2. Betűs kifejezések*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* A korábbi években szerzett algebrai ismereteit elmélyítse, bővítse
* Jártasságot szerezzen algebrai feladatok megoldásában
* Jártasságot szerez nevezetes azonosságok alkalmazásával megoldható feladatokban

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* műveleteket végez algebrai kifejezésekkel
* ismer és alkalmaz algebrai azonosságokat
* átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
* ismeri a binomiális együttható fogalmát

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Műveletek algebrai kifejezésekkel
* Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
*  – binomiális tétel, Pascal-háromszög, binomiális együttható
* 
* 
*  (ha n páratlan)
* Célszerű alkalmazás módjának megtalálása
* Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
* Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel

Fogalmak: összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört, Pascal háromszög, binomiális együttható

Javasolt tevékenységek

* A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
* Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, 99 · 101 típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

*3. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
* megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Egyenletek algebrai megoldása: ekvivalens átalakítások, megoldás keresése szorzattá alakítással,
* az értelmezési tartomány és az értékkészlet vizsgálata az egyenlet megoldásának keresésében
* Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok
* Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
* Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek
* Paraméteres egyenletek, egyenletrendszerek
* Diofantoszi egyenletek

Fogalmak: alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság, ekvivalens átalakítás, hamis gyök, egyenletrendszer, egyenlőtlenség, abszolút érték, paraméteres egyenlet, diofantoszi egyenlet

Javasolt tevékenységek

* Egyenletrendszer megoldása más módszerekkel (Determináns fogalma, Cramer-szabály, Gauss módszer)
* Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
* Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
* Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
* Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
* Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

*4. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli
* függvényt transzformál
* függvényt vizsgál képlettel megadott függvény és grafikon alapján

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket
* adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi
* táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben
* ábrázol és jellemez függvényeket
* ismeri és alkalmazza a belső függvénytranszformációt
* ismeri és alkalmazza a paritás és konvexitás fogalmát
* Fejlesztési feladatok és ismeretek

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* Kapcsolat a geometriai transzformációkkal
* A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: .
* Függvények jellemzése a transzformációk figyelembevételével

Fogalmak: egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, paritás, konvexitás

Javasolt tevékenységek

* Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
* Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
* A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
* Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
* Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
* Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

*5. Geometriai alapismeretek*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* A geometriai szemléletében fejlődjön, geometriai fogalmai mélyüljenek, és ezeket alkalmazza geometriai feladatokban
* Képes valós probléma geometriai modelljének megalkotására, számítások végzésére a modell alapján, és az eredmények összevetésére a valósággal

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megismer újabb geometriai fogalmakat, tételeket, bizonyításokat
* ismert tételeket bizonyít
* alkalmazza a feladatmegoldásban e tételeket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A háromszögek nevezetes vonalai és körei (ismétlés, pontos bizonyítások megadása, ismeretek bővítése)
* Euler-egyenes
* Feuerbach-kör
* Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása).
* Számítási feladatok síkban és térben
* A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban
*  szerkesztése
* Matematikatörténet: Pitagorasz
* Thalész tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása)
* Szerkesztési és bizonyítási feladatok
* Körérintő szerkesztése

Fogalmak: Térelem, axióma, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel

Javasolt tevékenységek

* Feuerbach-kör bemutatása grafikus szerkesztő programmal
* Tantárgyi integráció: Fizika - vektor felbontása merőleges összevőkre

*6. Transzformációk, szerkesztések*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* geometriai transzformációk terén szerzett ismereteit elmélyíti és kibővíti
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
* ismeri és alkalmazza a geometriai transzformációk szorzatát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* Ismer geometriai transzformációkat, alkalmazza őket problémamegoldásban
* Felismeri a szimmetria szerepét a matematikában, a valóságban
* Tájékozódik valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján
* Megalkot a valós problémák alapján geometriai modelleket, számításait összeveti a valósággal
* Ismer nem távolságtartó geometriai hozzárendeléseket (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás)

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Geometriai transzformáció fogalma
* A geometriai transzformációk tulajdonságai
* Egybevágósági transzformációk rendszerező ismétlése
* Geometriai transzformációk szorzata
* Egybevágósági transzformációk előállítása tengelyes tükrözések szorzataként.
* Csúsztatva tükrözés. Forgatások szorzata
* Nem távolságtartó geometriai hozzárendelések (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás)
* Szimmetrikus alakzatok

Fogalmak: Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás

Javasolt tevékenységek

* Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
* M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
* A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában