## 9. évfolyam

Óraszám: 108. A fennmaradó órák felhasználhatók az év végi ismétlésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Témakör neve*** | ***Óraszám*** |
| 1. Halmazok | 10 |
| 2. Matematikai logika | 3 |
| 3. Kombinatorika, gráfok | 4 |
| 4. Számhalmazok, műveletek | 4 |
| 5. Hatvány | 5 |
| 6. Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során | 9 |
| 7. Arányosság, százalékszámítás | 6 |
| 8. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek | 17 |
| 9. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok | 9 |
| 10. Geometriai alapismeretek | 8 |
| 11. Háromszögek | 8 |
| 12. Négyszögek, sokszögek | 4 |
| 13. A kör és részei | 4 |
| 14. Transzformációk, szerkesztések | 9 |
| 15. Leíró statisztika | 4 |
| *Összes óraszám:* | *104* |

*1. Halmazok*

Óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
* halmazokat különböző módokon megad;
* halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
* Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
* Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
* Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
* Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
* Szemléletes kép végtelen halmazokról

Fogalmak: alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

Javasolt tevékenységek

* Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
* Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
* A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
* Barkochba játék
* A „végtelen szálloda” mint modell
* Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

*2. Matematikai logika*

Óraszám: 3 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
* tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
* alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
* ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
* megfogalmazza adott állítás megfordítását;
* helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A matematikai bizonyítás fogalma
* Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
* Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
* A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
* A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
* Adott állítás megfordításának megfogalmazása
* „Ha…, akkor…” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
* Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak: tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy…, vagy…”, „ha…, akkor…”, „akkor és csak akkor”

Javasolt tevékenységek

* „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
* „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában

*3. Kombinatorika, gráfok*

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
* véges halmazok elemszámát meghatározza;
* alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
* Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
* Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak: sorba rendezés, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Javasolt tevékenységek

* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
* Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
* Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
* Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
* Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
* Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
* Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal

*4. Számhalmazok, műveletek*

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
* ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
* racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;
* ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
* ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
* a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
* valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
* Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
* Irracionális számok szemléltetése
* Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
* Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
* Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
* Valós számok adott jegyre kerekítése
* Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak: racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

Javasolt tevékenységek

* A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
* Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
* Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
* Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
* A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
* Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

*5. Hatvány*

Óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait, a négyzetgyök fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát
* ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
* Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
* A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
* A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
* Számok normálalakja
* Számolás normálalak segítségével
* A négyzetgyök definíciója
* Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

Fogalmak: hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

Javasolt tevékenységek

* Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
* Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

*6. Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során*

Óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
* ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
* átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
* Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
* Az (a + b)2, az (a – b)2 és az (a + b)(a – b) kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
* Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
* Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Fogalmak: összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

Javasolt tevékenységek

* „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztrükkök algebrai magyarázata
* Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
* A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
* Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, 99 · 101 típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

*7. Arányosság, százalékszámítás*

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
* Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
* Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből
* Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak: egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százalékérték, százalékláb

Javasolt tevékenységek

* Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
* Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

*8. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek*

Óraszám: 17 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
* megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
* Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
* Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak: alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

* Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
* Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
* Nyílt végű problémák megoldása
* Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
* Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

*9. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok*

Óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
* adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
* táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
* a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
* Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
* Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
* Függvények ábrázolása táblázat alapján
* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
* Lineáris függvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
* Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: f(x) + c, f(x + c), c·f(x), |f(x)|
* Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
* Egyszerű függvények esetén az f(x) = c alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak: egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Javasolt tevékenységek

* Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
* Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
* A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
* Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
* Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
* Szöveges feladatok megoldása grafikus úton

*10. Geometriai alapismeretek*

Óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
* ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
* Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
* Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
* A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
* Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
* Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Fogalmak: pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

Javasolt tevékenységek

* Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
* Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
* Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

*11. Háromszögek*

Óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
* ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
* ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
* Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
* Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
* Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
* A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Pitagorasz-tétel bizonyítása

Fogalmak: szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

Javasolt tevékenységek

* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
* A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

*12. Négyszögek, sokszögek*

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete,
* Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
* Szabályos sokszög fogalmának ismerete

Fogalmak: trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

* A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

*13. A kör és részei*

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
* ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
* ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
* Kör, körcikk területének és kerületének kiszámítása
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
* A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak: középponti szög, körív, körcikk, érintőszakaszok

Javasolt tevékenységek

* Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
* A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

*14. Transzformációk, szerkesztések*

Óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
* ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
* alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismer példákat geometriai transzformációkra;
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
* megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;
* geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre
* A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
* A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
* Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
* Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
* Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
* Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
* Négyszögek egybevágósága
* Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
* Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

Fogalmak: tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

Javasolt tevékenységek

* Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
* A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
* M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
* A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
* A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában

*15. Leíró statisztika*

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
* Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
* Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
* Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
* Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
* Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak: oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

Javasolt tevékenységek

* Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
* A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
* Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
* Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
* Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
* Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
* Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása